AE.16C - De l'effet Doppler-Fizeau aux exoplanètes

1. Mise en évidence du déplacement des raies du spectre de l'étoile étudié au cours du temps : Simulation du déplacement des raies au cours du temps

On étudie 11 spectres d'une étoile pris à des dates différentes.

Spectre	.t (en jour)
1	0
2	0.974505
3	1.969681
4	2.944838
5	3.970746
6	4.886585
7	5.924292
8	6.963536
9	7.978645
10	8.973648
11	9.997550

En première approximation, l'intervalle de temps moyen séparant la prise de deux spectres consécutifs est 1 jour.

Pour visualiser le déplacement des raies au cours du temps à cause de l'effet Doppler du à la fois au mouvement de rotation de l'étoile autour du barycentre du système double, suivre le protocole suivant avec ***Salsa J*** :

Ouvrir ***Salsa J*** en cliquant sur l'icône correspondante.

Cliquer sur **Fichier** puis dans le menu déroulant qui apparaît cliquer sur **Ouvrir**

Télécharger les images compressée sur le site de la classe, puis, après dézippage, sélectionner les 11 images de spectres : fic 01, fic 02, fic 03, fic 04, fic 05, fic 06, fic 07, fic 08, fic 09, fic 10 et fic 11 (on maintient la touche *Shift* enfoncée pendant que l'on sélectionne ces images qui sont au format fit (ou fits ou fts))

Ouvrir ces 11 images puis cliquer sur **Images** : dans le menu déroulant qui apparaît cliquer sur **Piles** : dans le nouveau menu déroulant qui apparaît cliquer sur **Transférer images dans Pile**

Cliquer à nouveau sur **Images** : dans le menu déroulant qui apparaît cliquer sur **Piles** : dans le nouveau menu déroulant qui apparaît cliquer sur **Démarrer animation**

On observe le déplacement des raies du à l'effet Doppler.

A la fin fermer la pile

2. Détermination expérimentale de la vitesse de rotation Vr et de la période T.

2.1. Etude des spectres d'absorption de l'étoile étudié

Pour cette étude on utilisera les spectres donnés en extension .data, les dates de ces spectres étant bien évidemment les mêmes que précédemment (seul le « format » du spectre change)

2.1.1. Etude du spectre 1 : spectr 1.data

2.1.1.1. Affichage du spectre

Cliquer sur **Fichier>Ouvrir un spectre** : dans le menu déroulant qui apparaît, ouvrir : spectr1.data

2.1.1.2. Obtention de la courbe Flux lumineux fonction de la longueur d'onde : Φ= f(λ)

Cliquer sur l'icône **Sélection rectiligne puis** Pointer au début du spectre 1 tracer un trait horizontal sur tout le spectre à l'aide la souris (ou équivalent)

Cliquer sur **Analyse** : dans le menu déroulant qui apparaît cliquer sur **Coupe** : il apparaît le graphe Φ= f(λ)

On remarque dans ce spectre de raies d'absorption 2 raies très marquées et distantes de moins de 1 nm (1nm = 10 Ǻ : Ǻngström). A l'aide de la souris (ou équivalent) mesurer en Ǻ les valeurs des longueurs d'onde correspondant à ces deux raies : la longueur d'onde en Ǻ est notée X sous le graphe) :

. λ_1 = 5890,411 Ǻ . λ_2 =5896,366 Ǻ

Remarque : En cliquant sur **Liste** sous le graphe Φ= f(λ) on obtient l'ouverture d'un tableau : Coordonnées des points de la courbe qui permet de déterminer précisément ces 2 longueurs d'onde : valeurs de X pour Y minimal, avec X voisin de 5890Ǻ dans un cas et voisin de 5896 Ǻ dans l'autre cas, X représentant la longueur d'onde λ et Y le flux Φ.

En comparant ces 2 valeurs à celles correspondant au doublet du sodium :

. λ_{Na1} = 5889,950 Ǻ . λ_{Na2} = 5895,924 Ǻ

Il y a une différence (faible ici) due à l'effet Doppler, l'écart étant de même signe pour les deux raies.

Par la suite on limitera la coupe à la partie du spectre contenant ces 2 raies.

2.1.2. Etude des 10 autres spectres : spectr i.data, avec i variant de 2 à 11

On applique la même démarche que pour spectr 1.data

2.1.3. Tableau de mesures récapitulatif

Spectre	Date t (en jour)	.λ_1 (en Å)	.λ_2 (en Å)
1	0	5890,411	5896,366
2	0.974505	5890,496	5896,511
3	1.969681	5890,491	5896,446
4	2.944838	5890,305	5896,274
5	3.970746	5890,014	5896,029
6	4.886585	5889,815	5895,800
7	5.924292	4889,642	5895,597
8	6.963536	5889,638	5895,621
9	7.978645	5889,764	5895,793
10	8.973648	5890,056	5896,042
11	9.997550	5890,318	5896,303

Remarque : pour certaines valeurs il peut être utile de réaliser une interpolation pour avoir une valeur plus exacte.

2.2. Détermination de la vitesse radiale V_E par effet Doppler-Fizeau En utilisant la première raie (λ_1)

Par effet Doppler-Fizeau on a la relation :

$$V_E/c = \Delta\lambda / \lambda \quad \text{d'où :}$$

$$V_E = c \,.(\Delta\lambda / \lambda)$$

avec $\Delta\lambda_i = \lambda i - \lambda_{Nai}$ avec i = 1 ou 2, λ_{Nai} étant la longueur d'onde mesuré dans le laboratoire terrestre et λi étant la longueur d'onde mesurée dans la spectre de l'étoile en mouvement.

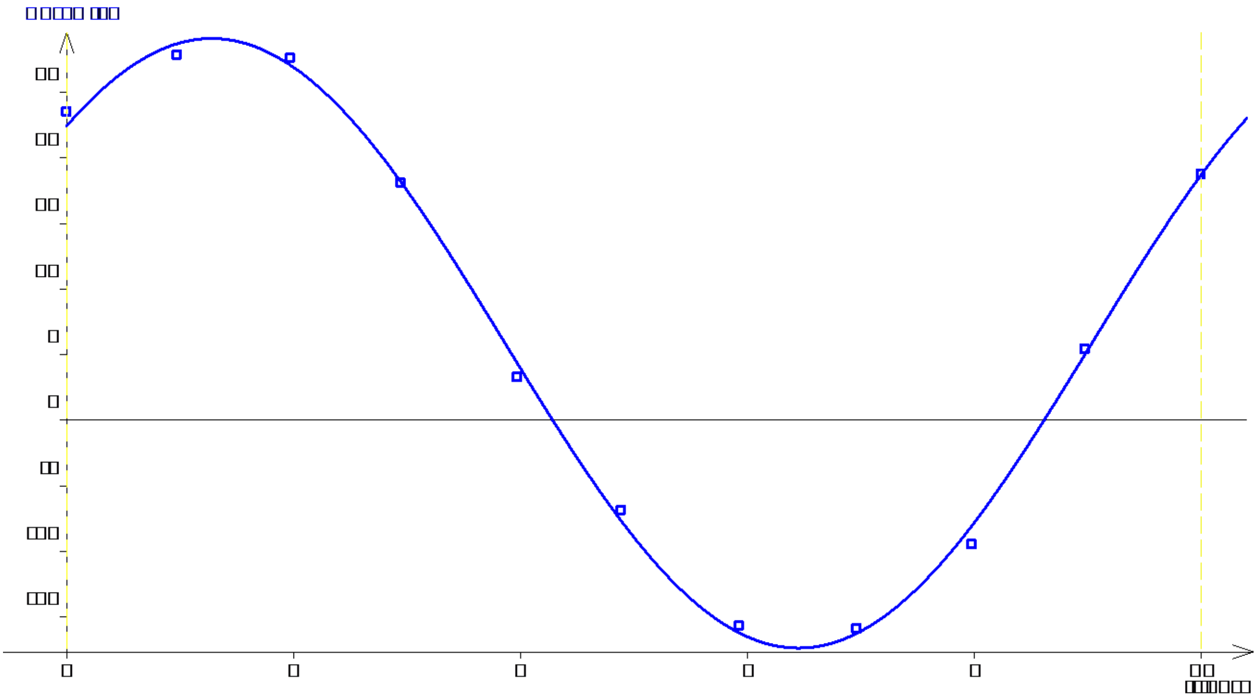
Spectre	Date t (en jour)	.$\lambda_1 - \lambda_{Na1}$ (en Å)	$V_E = c\,.(\lambda_1 - \lambda_{Na1})/\lambda_{Na1}$ (en km/s)
1	0	0.461	23.48
2	0.974505	0.546	27.81

3	1.969681	0.541	27.56
4	2.944838	0.355	18.08
5	3.970746	0.064	3.26
6	4.886585	-0.135	-6.88
7	5.924292	-0.308	-15.69
8	6.963536	-0.312	-15.89
9	7.978645	-0.186	-9.47
10	8.973648	0.106	5.40
11	9.997550	0.368	18.74

2.3. Détermination de la vitesse de rotation de l'étoile : V et de sa période de rotation T (dans le repère du centre de masse du système (repère barycentrique))

A l'aide d'un tableur, REGRESSI par exemple, on va modéliser la courbe $v = V_E = f(t)$.
Au préalable on entre au clavier les variables t (en jour) et $v = V_E$ (en km/s)
On choisira une modélisation manuelle : $v = V_E = V_0 + Vra * \cos((2*\pi*t/ T)+ b)$ puis **OK**
Ensuite cliquer **Ajuster**, en remarquant que T =10.34 jours

On peut faire aussi une modélisation manuelle.



De la modélisation on obtient :

V_0 = 5.9 km/s Vra = 23.2 km/s avec une précision de 4.4%

Remarque : en appelant i l'angle d'inclinaison de l'axe de révolution de l'orbite de cette étoile par rapport à la direction de visée on a la relation entre Vra et la vitesse de rotation linéaire V de l'étoile dans le repère barycentrique:

. $V = Vra / \sin i$ Par la suite on prendra sin i =1

Remarque :

En utilisant la deuxième raie (λ_2) on obtient des résultats similaires avec une précision de 4.2%
Par contre en utilisant les deux raies on obtient des résultats similaires avec une précision de 2%
Plus on utilisera de raies, meilleure sera la précision obtenue (important pour de faibles vitesses !)

3. Détermination de la masse m de l'astre compagnon de l'étoile de masse M : Exoplanète autour de l'étoile ou système d'étoile double ?

Rappels : masse de laTerre, planète tellurique : $M_T = 6\ .10^{24}$ kg
masse de Jupiter, planète géante : $M_J = 2\ .10^{27}$ kg

On se place dans l'hypothèse d'orbites circulaires

3.1. Détermination de la masse m de l'astre compagnon de l'étoile de masse M.

On choisit comme notations :étoile E de masse M, astre compagnon C de masse m, et O barycentre de ce système binaire.
R la distance de O à E et r la distance de O à C.
V la vitesse linéaire de rotation de l'étoile E de masse M et v la vitesse linéaire de rotation de l'astre compagnon de masse m dans le repère barycentrique

En se plaçant dans le plan des orbites de ces astres on obtient en utilisant les lois de la mécanique la relation :

$$r\ (R + r)^2 = G\ M\ T^2 / 4\ \pi^2$$

Soit avec $R = V.T/\ 2\pi$ et $V = Vra / \sin i$

$$r\ [(Vra.\ T / 2\pi \sin i\ ) + r\ ]^2 = G\ M\ T^2 / 4\ \pi^2$$

Avec les données : $G = 6.67.\ 10^{-11}$ uSI
Vra= 23.1 km/s de T = 10.34 jours ≈ $9.0.10^5$ s
$M = 1.05\ M_{solaire} = 1{,}05\ .2{,}0.10^{30} = 2{,}1\ .10^{30}$ kg
Sin i = 1

On obtient $R = 3{,}31\ .10^9$ m $r = 0.275\ R = 1{,}2\ .10^{10}$ m

Comme $m = (R/ r)\ M$ on a $m = 0.275\ M = 5{,}8\ .10^{29}$ kg

Le compagnon C de l'étoile E est une étoile naine qui n'émet pratiquement pas dans le visible

Rappel : Masse du soleil : $M_S = 2{,}0.10^{30}$ kg

Masse de Jupiter : $M_J = 2{,}0.10^{27}$ kg
Masse de la Terre : $M_T = 6{,}0.10^{24}$ kg

Remarque : le fait de prendre sin i = 1 donne R par défaut. Si sin i diminue, R augmente, r diminue et donc m augmente. Sin i = 1 donne la masse de m par défaut.

3.2. Détermination de la masse m d'une exoplanète par effet Doppler-Fizeau.

La masse d'une exoplanète , même géante étant très inférieure à la masse d'une étoile, R est négligeable par rapport à r R. Dans ce cas l'expression de m en fonction de V, T et M s'écrit, en prenant sin i = 1 :

. $m = K . V . T^{1/3} . M^{2/3}$ avec K constante = $(1/ 2\pi G)^{1/3}$

Le facteur le plus important est V car une vitesse de rotation 1000 fois plus faible correspond à une masse m 1000 fois plus faible alors qu'une période de révolution T 1000 fois plus faible ne correspond qu'une masse $1000^{1/3}$ = 10 fois plus faible.

Donnée :*Pour la plus part des exoplanètes la période T de révolution est comprise entre 3 et 3000 jours*.

L'ordre de grandeur de la vitesse radiale Vra, qui est du même ordre de grandeur que V vitesse de rotation d'une exoplanète géante , est compris entre le m/s et la centaine de m/s car $M_{Jupiter}$ est de l'ordre de 1000 fois plus petit que la masse solaire $M_{solaire}$.

L'ordre de grandeur de la vitesse radiale Vra d'une exoplanète tellurique est compris entre le mm/s et le dixième de m/s car M_{Terre} est de l'ordre de 10^6 fois plus petit que la masse solaire $M_{solaire}$.

Par exemple, autour de l'étoile 51-Peg, de masse $M = M_{solaire} = M_S = 2{,}0.10^{30}$ kg, gravite sur une orbite quasi circulaire un astre compagnon appelé 51-PegasiB de masse m.

Dans le repère barycentrique de ce système double, la vitesse radiale V de l'étoile 51-Peg est de 60 m/s et sa période T vaut 4,2 jours.

En utilisant la relation : $m = K . V . T^{1/3} . M^{2/3}$ avec K constante = $(1/ 2\pi G)^{1/3}$

. on obtient : $m = 9{,}1.10^{26}$ kg soit 0.45 M_J

m est du même ordre de grandeur que la masse de Jupiter : 51-PegasiB est une exoplanète géante.

Remarque : On peut détecter actuellement expérimentalement par effet Doppler-Fizeau une exoplanète géante en prenant en compte des milliers de raies du spectre de l'étoile pour atteindre ce type d'ordre de grandeur pour la vitesse radiale.

Par contre on ne peut pas détecter actuellement (2006) expérimentalement par effet Doppler-Fizeau une exoplanète tellurique : vitesses radiales trop faibles !