Exercices corrigés

30 Si on note V le volume de la semelle, la norme de son poids vaut $P = \rho_{Pb}Vg$ et celle de la poussée d'Archimède vaut $A = \rho_{eau}Vg$. Quelle que soit la valeur de V, $A < P$ donc la semelle coule.

32 L'aire de la section à travers laquelle l'air passe est plus petite au niveau du détroit de Gibraltar. La loi de conservation du débit volumique entraîne que la vitesse de l'air augmente au niveau du détroit (c'est un « vent de couloir ») : les vents sont rapides à Tarifa.

33 a. $\vec{A}$ est verticale dirigée vers le haut et $A = \rho_{\text{air frais}}Vg = 26{,}5$ kN.
b. À l'équilibre, $P = A = 26{,}5$ kN
donc $m_{\text{totale}} = \dfrac{A}{g} = 2{,}7 \times 10^3$ kg.
c. Par différence, $m_{\text{ac}} = m_{\text{totale}} - m = 2{,}2 \times 10^3$ kg
donc $\rho_{\text{ac}} = \dfrac{m_{\text{ac}}}{V} = 1{,}0$ kg·m^{-3}.
d. $T = \dfrac{1{,}0 \times 10^5 \times 29 \times 10^{-3}}{1{,}0 \times 8{,}3} = 350$ K

35 1. a. En appliquant la relation de Bernoulli (les hypothèses sont bien vérifiées) entre A et B, on a : $P_A = P_0$, $v_A = 0$ et $z_A = H - h$ et lorsque le robinet B est ouvert, $P_B = P_0$
donc $P_0 + \frac{1}{2}\rho \times 0^2 + \rho g(H + h) = P_0 + \frac{1}{2}\rho v_B^2 + \rho g \times 0$
donc $v_B = \sqrt{2g(H-h)}$.
On en déduit : $D_{V,B} = v_B s = s\sqrt{2g(H-h)}$.
b. Le débit vaut $D_{V,B} = \dfrac{V}{\Delta t_B}$ donc $2g(H - h) = \dfrac{V^2}{s^2 \Delta t_B{}^2}$
et $h = H - \dfrac{V^2}{2gs^2\Delta t_B{}^2} = 45$ m.
c. On entre les valeurs de H et h dans le simulateur et on vérifie le résultat.

2. a. On doit obtenir un débit proche de :
$D_{V,C} = 3{,}8 \times 10^{-4}$ m^3·s^{-1} = 0,38 L·s^{-1}
b. Le remplissage du seau dure donc $\Delta t_C = \dfrac{V}{D_{V,C}} = 13$ s.

3. a. $P_0 + \frac{1}{2}\rho \times 0^2 + \rho g(H - h) = P_0 + \frac{1}{2}\rho v_D^2 + \rho gH$
donc $v_D^2 = -2gh < 0$.
b. Un carré ne peut être négatif : l'eau ne coule donc pas par le robinet D.

Exo 17 (corrigé du livre)

a Pour un fluide incompressible et non visqueux en écoulement permanent, la relation de Bernoulli sur la ligne de courant (AC) donne : $P_0 + \rho\dfrac{0^2}{2} + \rho g z_A = P_0 + \dfrac{\rho v_C{}^2}{2} + \rho g \times 0$

donc : $v_C = \sqrt{2gz_A} = \sqrt{2 \times 9{,}8 \times 15} = 17$ m·s^{-1}

b Le débit volumique vaut :
$D_V = v_C S = 17 \times 30 \times 10^{-4} = 51 \times 10^{-3}$ m^3·s^{-1} (soit 51 L·s^{-1})

c Il y a conservation du débit volumique car le fluide est incompressible et en écoulement permanent.

On a donc : $v_K s = v_C S$ et $v_K = \dfrac{v_C S}{s} = 20{,}5$ m·s^{-1}

On a simultanément $v_K > v_C$ et $z_K > z_C$
donc la relation de Bernoulli prouve que $P_K < P_C$ soit $P_K < P_0$.

Exo 19 (corrigé du livre)

a La loi de conservation du débit volumique entre A et B s'écrit :
$v_B \times \pi r^2 = v_A \times \pi R^2$ donc on obtient bien $R^2 v_A = r^2 v_B$.
On en déduit $v_A = \dfrac{r^2}{R^2}v_B = 4{,}0 \times 10^{-6} v_B$ et $\dfrac{v_A}{v_B} = 4{,}0 \times 10^{-6}$. v_A est très petite devant v_B donc H varie très lentement et on est en régime permanent.

b L'eau est incompressible, non visqueuse et on est en régime permanent.
La relation de Bernoulli donne : $P_A + \dfrac{\rho v_A{}^2}{2} + \rho g z_A = P_B + \dfrac{\rho v_B{}^2}{2} + \rho g z_B$

On a $v_A{}^2 = 16 \times 10^{-12} v_B{}^2$. On peut donc négliger $\dfrac{\rho v_A{}^2}{2}$ devant $\dfrac{\rho v_B{}^2}{2}$

et $P_0 + \rho g H_{10} = P_0 + \dfrac{\rho v_{B,10}{}^2}{2} + \rho g \times 0$ donc $v_{B,10} = \sqrt{2gH_{10}} = 14$ m·s^{-1}.

c Le débit volumique est égal au produit de la vitesse par l'aire de la section de sortie : $D_{10} = v_{B,10}\pi r^2 = 4{,}4 \times 10^{-3}$ m^3·s^{-1}

d Lorsque H passe de 10 m à 9,0 m, le volume d'eau dans le réservoir diminue de $V = \pi R^2(10 - 9{,}0) = 79$ m^3. Ce volume est celui de l'eau qui est sortie.
Par définition du débit volumique, $D_{10} = \dfrac{V}{\tau_{10}}$ donc $\tau_{10} = \dfrac{V}{D_{10}} = 1{,}8 \times 10^4$ s.

e Par le même raisonnement, la vitesse de sortie de l'eau lorsque sa hauteur est comprise entre H_k et $H_k - 1$ m (k est un entier compris entre 1 et 10) vaut environ $v_{B,k} = \sqrt{2gH_k}$ et le débit vaut donc $D_k = \pi r^2\sqrt{2gH_k}$
donc $\tau_k = \dfrac{V}{\pi r^2\sqrt{2gH_k}}$. On obtient ainsi avec un tableur :

k	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
H_k (en m)	10	9,0	8,0	7,0	6,0	5,0	4,0	3,0	2,0	1,0
τ_k ($\times 10^3$ s)	18	19	20	21	23	25	28	33	40	57

f La durée totale de la vidange est la somme de ces durées :
$\tau = 284 \times 10^3$ s soit 3 jours et 7 heures.

36 a. Le volume d'une coupelle vaut $\frac{2}{3}\pi r_{ext}^3 - \frac{2}{3}\pi r_{int}^3$.

On vérifie que la masse $\frac{2}{3}\rho\pi(r_{ext}^3 - r_{int}^3)$ vaut 1,00 kg dans chaque cas.

b. La norme de la poussée d'Archimède est égal au poids de l'eau déplacée, soit $A = \rho_{eau} \times \frac{2}{3}\pi r_{ext}^3 g$.

On calcule les trois valeurs :

$A_1 = 0{,}865$ N $\quad$ $A_2 = 2{,}57$ N $\quad$ $A_3 = 12{,}6$ N

Le poids de chaque coupelle vaut $mg = 9{,}8$ N.