AE. 13A – Détermination de la masse d'un trou noir

Objectif : **Utiliser la troisième loi de Kepler pour calculer la masse du trou noir au centre de notre galaxie (d'après http://www.fr.euhou.net)**

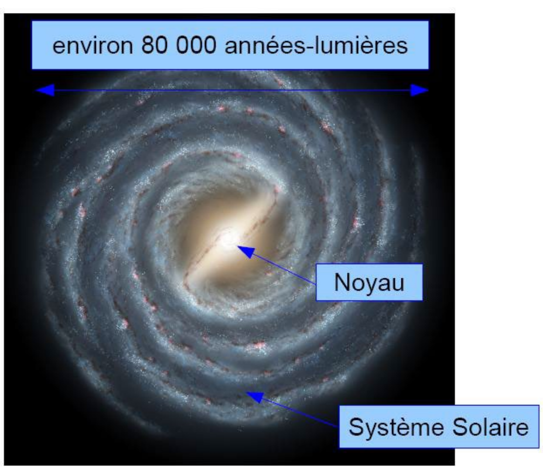
Document 1 : historique

Dès 1796, l'idée de « trou noir » a été avancée par John Michell et Pierre-Simon de Laplace. Ce dernier écrit dans son Exposition du Système du Monde :
« Un astre lumineux, de la même densité que la Terre, et dont le diamètre serait 250 fois plus grand que le Soleil, ne permettrait, en vertu de son attraction, à aucun de ses rayons de parvenir jusqu'à nous. Il est dès lors possible que les plus grands corps lumineux de l'univers puissent, par cette cause, être invisibles. »

Cette idée ne fût pas prise au sérieux par les astronomes de l'époque car ils ne disposaient pas de théorie satisfaisante pour décrire ces nouveaux astres. Avec la Relativité Générale, théorie inventée par A. Einstein au début du XXe siècle, les astrophysiciens ont pu décrire correctement ce qu'était un trou noir ; mais il a fallu près d'un siècle encore avant que la plupart des spécialistes se mettent d'accord sur leur existence. Aujourd'hui, les trous noirs ont été observé directement, et de nombreuses observations indirectes corroborent leur existence.

Récemment, les nouvelles techniques d'observation du ciel dans le domaine de l'infrarouge ont permis de voir le centre de notre galaxie, qui est enfoui dans la poussière. Les astrophysiciens ont alors découvert l'existence d'un trou noir « supermassif ». L'étude du mouvement des étoiles au voisinage du centre galactique permet de mesurer la masse ce trou noir.

Document 2 : Morphologie de notre galaxie



La Voie Lactée, cette bande blanchâtre que l'on peut voir les nuits de ciel étoilé, est notre galaxie. Elle est constituée d'environ 100 milliards d'étoiles et de nombreux nuages de gaz. Sa forme est un disque d'environ 80000 années-lumière de diamètre comportant un bulbe central, le noyau de la galaxie, comme on peut le voir sur l'illustration ci-contre.

Credit: R. Hurt (SSC), JPL-Caltech, NASA

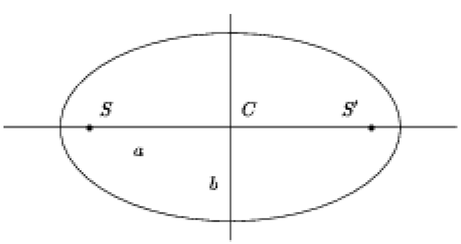
Le Système Solaire, où se trouve la Terre, gravite en périphérie de la galaxie autour du noyau. De nombreux nuages de gaz et de poussières compris entre nous et le noyau ont pendant longtemps empêché son observation direct. Récemment, grâce à des caméras infrarouges de très haute résolution, on a pu observer directement le mouvement des étoiles proches du centre galactique, comme on peut le voir sur la photo ci-contre.

Photo du centre galactique prise par le VLT

Dans l'espace on ne mesure généralement pas les distances en mètre mais en année-lumière. Une année-lumière est la distance que parcoure la lumière en une année, soit $9{,}45.10^{15}$ mètres ! On comprend alors pourquoi on ne mesure pas la galaxie en mètres…
Une autre unité de distance pratique en ce qui nous concerne est le jour-lumière, qui est la distance parcourue par la lumière en une journée, soit $2{,}59.10^{13}$ mètres. On voit sur la photo du centre galactique que les étoiles les plus proches du centre sont à moins d'une année-lumière.

<u>Document 3 : les lois de Kepler</u>

Johannes Kepler (1571-1630) est un astronome allemand célèbre pour avoir confirmé l'hypothèse héliocentrique (les planètes tournent autour du Soleil) de Nicolas Copernic. Grâce à la compilation et à l'étude de nombreuses observations effectuées par Tycho Brahé, il a postulé les trois lois qui caractérisent l'orbite d'une planète autour du Soleil. La première loi stipule que les trajectoires des planètes ne sont pas des cercles mais des ellipses. Une ellipse est dessinée sur le schéma ci-dessous :



Elle est caractérisée par la longueur a de son demi-grand axe, la longueur b de son demi-petit axe, ses deux foyers S et S', et son centre C. La troisième loi stipule alors que le carré de la période T d'une planète (temps qu'elle met pour faire un tour autour du Soleil) est directement proportionnel au cube du demi-grand axe de la trajectoire elliptique de la planète :

$$\frac{a^3}{T^2} = constante$$

Ces lois restent vraies pour la trajectoire d'une étoile tournant autour d'un trou noir « supermassif », propriété dont nous allons tirer profit pour calculer la masse du trou noir central.

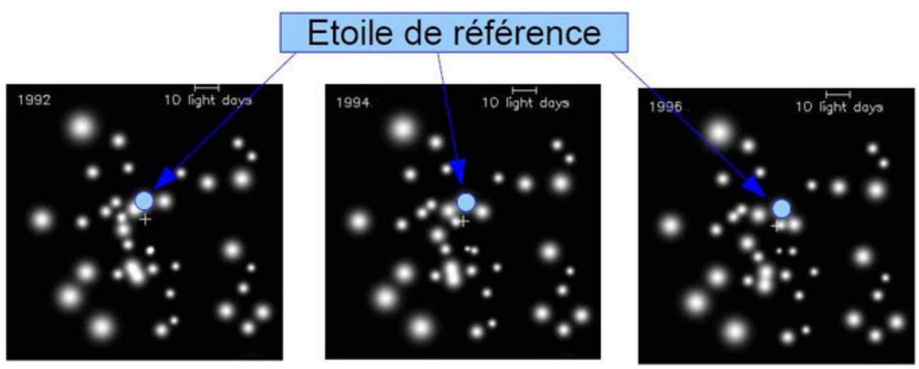
Travail à réaliser

1. Mesure de la trajectoire d'une étoile avec le logiciel ***Salsa J***

   a. Sélectionner les 12 images : tn000.fts, tn010.fts, tn020.fts, tn030.fts, tn040.fts, tn050.fts, tn060.fts, tn070.fts, tn080.fts, tn090.fts, tn100.fts et tn110.fts (Maintenir la touche Shift enfoncée pendant la sélection pour toutes les ouvrir en une fois) et appuyer sur ***Ouvrir***.

Ces images sont des photos infrarouges des étoiles tournant autour du centre de notre Galaxie, où se trouve le trou noir « supermassif ». Celui-ci est représenté par une croix au centre des images. Une seule des étoiles de l'image fait une rotation presque complète autour du trou noir. On appellera par la suite cette étoile « l'étoile de référence ».

   b. Cliquer sur l'outil ***Transférer images dans pile*** dans le menu déroulant ***Piles*** du menu ***Images***. Cliquer sur ***Démarrer animation*** dans le même menu. Qu'observez-vous ?
   c. Toujours dans le menu ***Piles*** du menu ***Images***, appuyer sur ***Arrêter l'animation***. Revenir au début de l'animation en appuyant plusieurs fois sur la flèche de gauche en bas de la fenêtre Pile. Repérer l'étoile de référence grâce à l'image ci-dessous (attention elle est un peu confondue avec une autre étoile) :



   d. Suivre sa progression sur les autres images en appuyant sur la flèche de droite en bas de la fenêtre. Fait-elle un tour complet ? Pendant combien d'année environ suit-on sa progression (la date de la photo est écrite en haut à gauche de l'image).

Nous allons maintenant relever précisément les coordonnées de l'étoile de référence afin de déterminer sa trajectoire. Retenez bien la position de celle-ci sur chaque image.

   e. Sélectionner l'outil ***Sélections ponctuelles*** (une croix superposée à un carré dans le menu d'icône principal). Cliquer avec cet outil au centre de l'étoile de référence et noter précisément les coordonnées en pixels de celle-ci qui apparaissent dans la fenêtre ***Résultats***. Répéter l'opération pour chaque image (si vous avez perdu l'étoile de référence, recommencez à partir de la deuxième étape ou bien repérez-vous par rapport aux images ci-dessus). Remplissez le tableau suivant :

Année	1992	1993	1994	1995	1996	1997
x (pixels)						
y (pixels)						
Année	1998	1999	2000	2001	2002	2002, 9
x (pixels)						
y (pixels)						

2. Mesure du demi-grand axe avec ***Salsa J***

   a. Ouvrir un tableur. Reporter la ligne ***x*** dans la colonne A et la ligne *y* dans la colonne B. Appuyer sur l'outil ***Graphique*** dans le menu ***Insertion***. Cliquer sur ***nuage de points*** dans la colonne de gauche. Cliquer sur ***Suivant***. Sélectionner les valeurs introduites en restant appuyé sur le clic gauche de la souris. Vérifier que l'option ***Série en colonnes*** est cochée. Cliquer sur ***Terminé***. Le graphique est créé.
   b. Etirer le graphique en hauteur pour que les échelles en abscisse et en ordonnée aient à peu près la même longueur. Le grand axe est-il le long de ***x*** ou de ***y*** ?
   c. Sélectionner l'outil ***Ellipse*** dans la barre d'outil en bas (si il ne s'y trouve pas, aller dans le menu ***Affichage***, ***Barre d'outil*** et cliquer sur ***Dessin*** pour le faire apparaître).Tracer une ellipse sur le graphique (si l'ellipse est remplie, cliquer deux fois dessus, et dans le menu couleur, sélectionner « aucun remplissage »). Faire passer l'ellipse le mieux possible par tous les points en jouant sur la largeur et la hauteur, et sur sa position.
   d. Mesurer la longueur du grand axe, noté « 2*a ». On pourra s'aider de l'outil ***ligne*** dans le menu du bas pour reporter les extrémités de l'ellipse sur l'axe (pour avoir des cordonnées plus précise, cliquer deux fois sur l'axe et sélectionner l'option ***Extérieur*** dans la case ***Graduation secondaire***).

Noter votre résultat : 2 x a = ………….. pixels

Il faut maintenant convertir les pixels en une distance.

a. Revenir dans ***SalsaJ*** et sélectionner une image. En haut à droite l'échelle est donnée. Sélectionner l'outil ***Sélection rectiligne*** dans la barre principale. Mesurer grâce à cet outil l'étalon de longueur en haut à droite en pixel :

10 jours-lumières = ... pixels

b. Convertir la mesure du grand axe a de l'ellipse en jours-lumière grâce à une règle de trois :

2*a = ... jours-lumière

c. Donner alors la valeur du demi grand axe « a » :

a = ... jours-lumière

3. **Calcul de la masse du trou noir**

La forme générale de la troisième loi de Kepler est :

$$\frac{T^2}{a^3} = \frac{4 \cdot \pi^2}{G \times M}$$

G est la constante de gravitation : $G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ $N.m^2.kg^{-2}$
M est la masse du corps central.

a. Sachant que la période de révolution totale T de l'étoile de référence est de 14 ans, convertir la période en secondes :
T = ... s
b. Convertir le demi-grand axe « a » en mètres, sachant qu'un jour-lumière est la distance parcourue par la lumière en une journée :

a = ... mètres

c. En déduire la masse du trou noir en kilogramme grâce à la troisième loi de Kepler :

$M_{trou\ noir}$ = ... kg

d. La masse du Trou Noir est-elle plus grande que la masse de notre Soleil ($M_O = 2.10^{30}$ kg) ?
e. Donner la masse du trou noir en unités de masse solaire Mo (c'est-à-dire, calculer combien de masse solaire il faut pour avoir la masse du trou noir) :

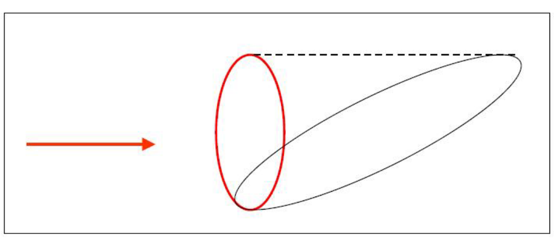
$M_{trou\ noir}$ = ... M_o

4. **Etude d'un article scientifique**

Ouvrir le fichier « stellar_proper_motions_in_the_central_0.1pc_of_the_galaxy » et lire l' « Abstract », qui est le résumé de l'article.
Quelle est la valeur de la masse trouvée par les chercheurs ? Comparer avec votre résultat.

Limite de la méthode et du résultat

Le mouvement de l'étoile n'étant pas forcément dans le plan de l'image, la trajectoire ainsi mesurée n'est que la trajectoire projetée (voir schéma ci-contre).



Qu'en déduire sur l'estimation de la masse du trou noir ainsi calculée ?