

3 Incertitude-type lors d'une série de mesures

- Lorsque la **même mesure** est réalisée indépendamment **plusieurs fois** dans les mêmes conditions d'évaluation, la mesure est affectée aléatoirement dans un sens ou dans un autre par rapport à une valeur moyenne : c'est la **variabilité de la mesure** d'une grandeur physique.
- Le **meilleur estimateur de la valeur mesurée** est la valeur moyenne algébrique de la série de mesures, appelée plus simplement **valeur moyenne**.
- Pour un échantillon de n mesures indépendantes de la même grandeur X , on peut :
 - représenter un histogramme ;
 - calculer la valeur moyenne $\bar{X}$;
 - calculer l'écart-type s ;
 - calculer l'incertitude-type $u(X) = \frac{s}{\sqrt{n}}$.

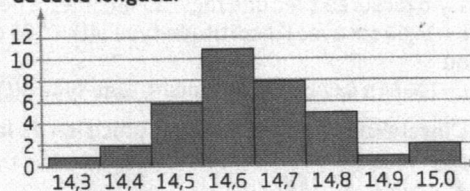
REMARQUE Les calculs statistiques de la valeur moyenne, de l'écart-type et de l'incertitude-type peuvent être effectués avec un tableur ou une calculatrice

EXEMPLE

Une série de $n = 36$ mesures indépendantes de la longueur L d'un stylo avec une règle mesurée au millimètre a été réalisée.

Longueur L_i du stylo mesurée	Nombre de mesures de cette longueur
$L_1 = 14,3$ cm	1
$L_2 = 14,4$ cm	2
$L_3 = 14,5$ cm	6
$L_4 = 14,6$ cm	11
$L_5 = 14,7$ cm	8
$L_6 = 14,8$ cm	5
$L_7 = 14,9$ cm	1
$L_8 = 15,0$ cm	2

Nombre de mesures de cette longueur



Longueur L du stylo mesurée (en cm)

- Un tableur ou une calculatrice donne :
 - la valeur moyenne de la longueur du stylo : $\bar{L} = 14,64$ cm ;
 - l'écart-type : $s = 0,16$ cm ;
 - l'incertitude-type : $u(L) = \frac{0,16}{\sqrt{36}} = 0,026$ cm.
- En Première, un **seul chiffre significatif** est conservé en général pour l'incertitude-type, ainsi :

$$u(L) = 0,03 \text{ cm.}$$

Le résultat de la mesure est donc : $L = 14,64$ cm avec l'incertitude-type $u(L) = 0,03$ cm.

REMARQUE Au lycée, on calcule de cette façon l'incertitude-type d'une série de mesures d'une même grandeur réalisée par plusieurs groupes d'élèves différents car les mesures sont considérées comme indépendantes les unes des autres. En effet, la même grandeur a été mesurée par des expérimentateurs différents utilisant des instruments de mesure différents, mais équivalents.

POINT MATHS

La **valeur moyenne arithmétique** $\bar{L}$, ou **valeur moyenne**, d'une série de mesures est égale au quotient de la somme de toutes les valeurs de cette série par l'effectif total. Dans le cas de la série ci-dessus de $n = 36$ mesures indépendantes de la longueur L d'un stylo :

$$\bar{L} = \frac{\sum_{i=1}^n L_i}{n} = \frac{1 \times 14,3 + 2 \times 14,4 + 6 \times 14,5 + 11 \times 14,6 + 8 \times 14,7 + 5 \times 14,8 + 1 \times 14,9 + 2 \times 15,0}{36} = 14,64 \text{ cm.}$$

L'**écart-type** s d'une série de mesures, considérée comme un échantillon, est égal à :

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (L_i - \bar{L})^2}{n-1}}$$

En reprenant l'exemple précédent :

$$s = \sqrt{\frac{1 \times (14,3 - 14,64)^2 + 2 \times (14,4 - 14,64)^2 + 6 \times (14,5 - 14,64)^2 + \dots + 1 \times (14,9 - 14,64)^2 + 2 \times (15,0 - 14,64)^2}{36-1}} = 0,16 \text{ cm.}$$

En statistique, si les mesures sont indépendantes, environ 95 % des valeurs mesurées devraient se situer à moins de 2 écarts-types s de la moyenne $\bar{L}$.

4 Incertitude-type lors d'une mesure unique

L'incertitude-type d'une mesure unique est due à la qualité de l'instrument de mesure, au protocole de mesure, à l'expérimentateur lorsqu'il réalise la mesure, etc.

EXEMPLE

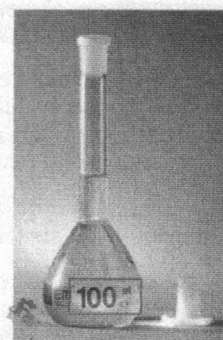
L'incertitude-type due à un instrument de mesure vaut $u(X) = \frac{\delta}{\sqrt{3}}$, avec δ la tolérance, appelée aussi précision, de l'instrument de mesure.

Application

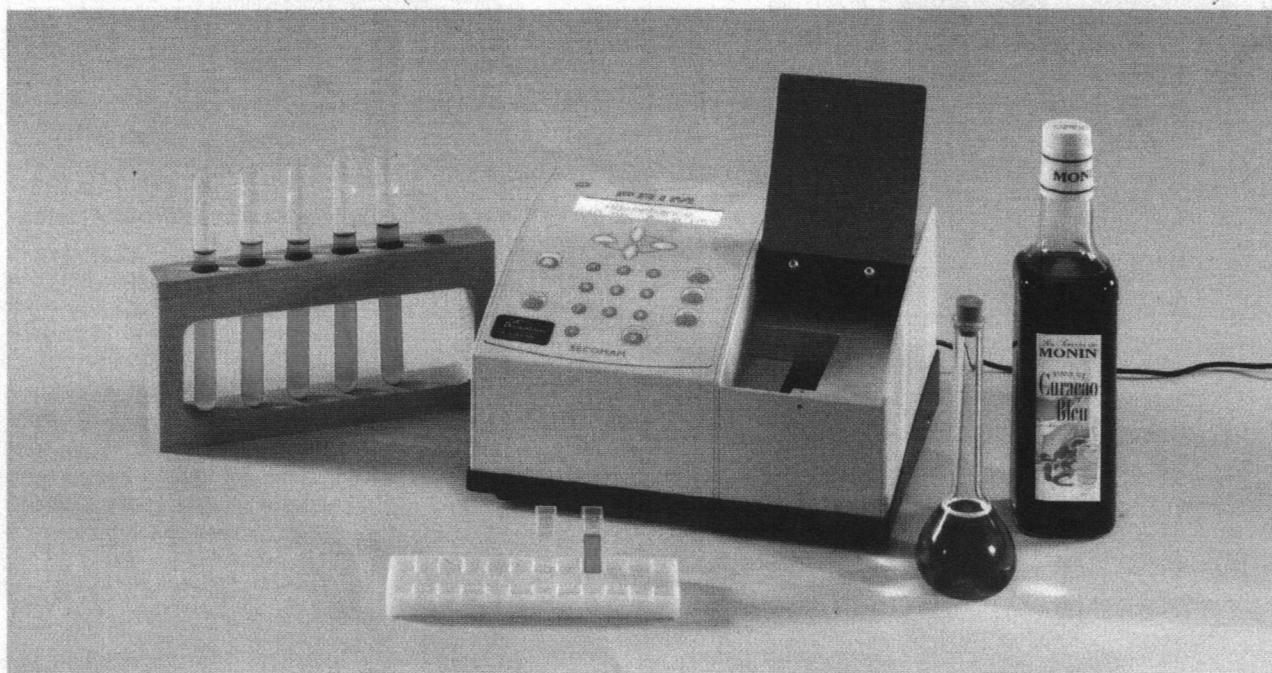
L'absorbance A d'une solution colorée est mesurée avec un spectrophotomètre. La valeur lue sur l'écran de l'appareil est : 0,115. La précision, appelée tolérance, de cet appareil est : $\delta = 0,001$.

Avec $\delta = 0,001$, l'incertitude-type vaut : $u(A) = \frac{0,001}{\sqrt{3}} = 0,000577$.

En Première, l'incertitude-type est le plus souvent donnée avec un **chiffre significatif**. Le résultat de la mesure est donc : $A = 0,115$ avec l'incertitude-type $u(A) = 0,001$.



Le fabricant indique une tolérance pour cette fiole jaugée égale à : $\delta = 0,10$ mL.



5 Comparaison à une valeur de référence

- La compatibilité ou la non compatibilité entre une valeur expérimentale mesurée et une valeur de référence dépend de l'**incertitude-type**, qui fournit une **estimation de l'étendue des valeurs** que l'on peut raisonnablement attribuer à la grandeur physique mesurée.
- Cette **comparaison** est conduite de manière **qualitative en classe de Première**, un critère quantitatif sera introduit en spécialité physique-chimie en classe de Terminale.

REMARQUE S'il n'y a pas compatibilité entre la valeur expérimentale mesurée et la valeur de référence ou si la mesure n'est pas assez précise, il faut analyser les sources d'erreurs (un protocole ou un instrument de mesure non adapté, un mauvais choix de calibre, un nombre de mesures trop faible, etc.) pour être capable de modifier le protocole expérimental ou l'instrument de mesure en conséquence.