

Exercices

12 Calculer une altitude

L'énergie potentielle de pesanteur vaut 45 J.

$$\mathcal{E}_p = m \times g \times z \text{ donc } z = \frac{\mathcal{E}_p}{m \times g} = \frac{45 \text{ J}}{3,0 \text{ kg} \times 10 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}} = 1,5 \text{ m}$$

Le pot de fleur est situé à 1,5 mètre du sol.

13 Calculer une variation d'énergie potentielle

Au cours de sa chute, le système est soumis à son poids qui est une force conservative. La variation de l'énergie potentielle de pesanteur est égale à l'opposé du travail du poids.

Dans ce cas :

$$\Delta \mathcal{E}_{pA \rightarrow B} = -W_{A \rightarrow B}(\vec{P}) = -m \times g \times (z_A - z_B) \\ = -3,0 \text{ kg} \times 10 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1} \times 10 \text{ m} = -3,0 \times 10^2 \text{ J}$$

L'énergie potentielle de pesanteur du système a diminué de $3,0 \times 10^2$ joules.

14 Exprimer l'énergie mécanique

1. a. Lorsqu'il est accroché à l'arbre, l'énergie mécanique du fruit vaut :

$$\mathcal{E}_{m, \text{ arbre}} = \mathcal{E}_{c, \text{ arbre}} + \mathcal{E}_{p, \text{ arbre}} = \frac{1}{2} m \times v_{\text{arbre}}^2 + m \times g \times z_{\text{arbre}}$$

15 Calculer une valeur de vitesse

L'altitude initiale est $z_i = h$.

Pour la position initiale :

$$\mathcal{E}_{m, i} = \mathcal{E}_{c, i} + \mathcal{E}_{p, i} = \frac{1}{2} m \times v_i^2 + m \times g \times h$$

Comme la vitesse initiale est nulle, on en déduit : $\mathcal{E}_{m, i} = m \times g \times h$

Juste avant de toucher le sol, l'énergie mécanique du système est :

$$\mathcal{E}_{m, \text{ sol}} = \mathcal{E}_{c, \text{ sol}} + \mathcal{E}_{p, \text{ sol}} = \frac{1}{2} m \times v_{\text{sol}}^2 + m \times g \times z_{\text{sol}}$$

Comme l'altitude z_{sol} est nulle au niveau du sol, on en déduit :

$$\mathcal{E}_{m, \text{ sol}} = \frac{1}{2} m \times v_{\text{sol}}^2$$

La pierre n'est soumise qu'à des forces conservatives puisqu'on néglige l'action de l'air. Son énergie mécanique se conserve,

$$\text{donc : } \mathcal{E}_{m, i} = \mathcal{E}_{m, \text{ sol}}$$

$$\text{d'où : } m \times g \times h = \frac{1}{2} m \times v_{\text{sol}}^2$$

$$\text{et finalement : } v_{\text{sol}} = \sqrt{2 \times g \times h}$$

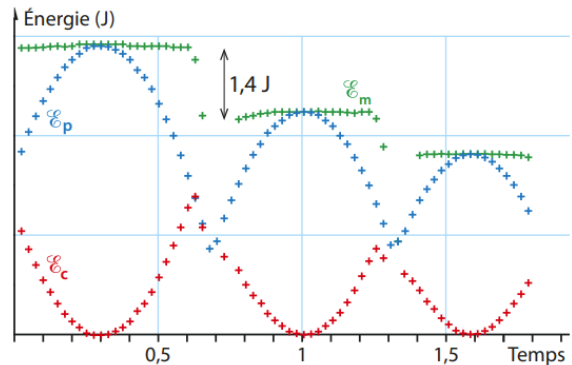
17 Étudier l'évolution de l'énergie mécanique

- Le premier rebond correspond à la première date à laquelle :
 - la valeur de l'énergie potentielle de pesanteur $\mathcal{E}_p$, de la balle est minimale ;
 - la valeur de l'énergie cinétique $\mathcal{E}_m$, de la balle est maximale ;
 - il a lieu pour $t \approx 0,7$ s.

- Le deuxième rebond correspond à la deuxième date à laquelle :
 - la valeur de l'énergie potentielle de pesanteur $\mathcal{E}_p$, de la balle est minimale ;
 - la valeur de l'énergie cinétique $\mathcal{E}_m$, de la balle est maximale ;
 - il a lieu pour $t \approx 1,4$ s.

2. Entre 0,5 s et 1 s, l'énergie mécanique a diminué d'environ 1,4 J.

J. Le travail des forces non conservatives est donc environ $-1,4$ J.



23 À chacun son rythme

Montagnes russes

1. Au cours du mouvement, l'énergie mécanique du wagon se conserve car on suppose les frottements et l'action de l'air comme négligeables. Il y a donc conversion de l'énergie potentielle de pesanteur en énergie cinétique. L'énergie cinétique et donc la valeur de la vitesse est la plus grande à l'endroit où l'énergie potentielle de pesanteur est la plus faible. Cela se produit dans la position B du wagon, c'est-à-dire la position de plus basse altitude.

2. En A, l'expression de l'énergie mécanique est :

$$\mathcal{E}_{mA} = \frac{1}{2} m \times v_A^2 + m \times g \times z_A$$

Comme $v_A = 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$: $\mathcal{E}_{mA} = m \times g \times z_A$

3. En B, l'expression de l'énergie mécanique est :

$$\mathcal{E}_{mB} = \frac{1}{2} m \times v_B^2 + m \times g \times z_B$$

4. D'après le texte, les frottements de l'air sont négligeables et le travail de la force exercée par la piste est nul. On peut en déduire que seul le poids travaille. Il y a donc conservation de l'énergie mécanique du wagon : $\mathcal{E}_{mA} = \mathcal{E}_{mB}$

$$\text{soit : } m \times g \times z_A = \frac{1}{2} m \times v_B^2 + m \times g \times z_B$$

$$\text{On en déduit : } v_B = \sqrt{2 \times g \times (z_A - z_B)}$$

5. La différence d'altitude entre A et B est $= 12,0 \text{ m} + 4,0 \text{ m} = 16,0 \text{ m}$.

On peut alors calculer la valeur de la vitesse en B :

$$v_B = \sqrt{2 \times 9,81 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1} \times 16,0 \text{ m}}$$

$$v_B = 17,7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \text{ soit } 63,8 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}.$$

La limite de $60 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ est dépassée dans la position B. Le wagon ne respecte pas la limitation imposée par la commission de sécurité.

Remarque : il est cependant probable que les frottements de l'air et les frottements du rail ne sont pas négligeables, dans ce cas la valeur de la vitesse en B sera inférieure à celle que l'on vient de calculer.

Chap. 13

26 Quel saut !

1. a. Entre sa position initiale, que nous noterons A et sa position finale, que nous noterons B, la variation d'énergie potentielle de pesanteur de Luke ALKINS est :

$$\Delta \mathcal{E}_{PA \rightarrow B} = -W_{A \rightarrow B}(\vec{P}) = -m \times g \times (z_A - z_B)$$

b. La différence $z_A - z_B$ est la « hauteur de chute », elle est égale à 7 600 m.

La variation d'énergie potentielle de pesanteur est donc égale à :

$$\begin{aligned} \Delta \mathcal{E}_{PA \rightarrow B} &= -80,0 \text{ kg} \times 9,81 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1} \times 7600 \text{ m} \\ &= -5,96 \times 10^6 \text{ J} \end{aligned}$$

2. a. Lors d'une chute libre le système n'est soumis qu'à son poids. L'énergie mécanique du système se conserve et on peut écrire $\mathcal{E}_{mA} = \mathcal{E}_{mB}$ ou $-\Delta \mathcal{E}_{mA \rightarrow B} = 0 \text{ J}$.

Ainsi : $\Delta \mathcal{E}_{cA \rightarrow B} = -\Delta \mathcal{E}_{PA \rightarrow B} = 5,96 \times 10^6 \text{ J}$.

b. La variation d'énergie cinétique $\Delta \mathcal{E}_{cA \rightarrow B}$ est égale à :

$$\Delta \mathcal{E}_{cA \rightarrow B} = \frac{1}{2} m \times v_B^2 - \frac{1}{2} m \times v_A^2$$

Comme la vitesse initiale est nulle, il vient : $\Delta \mathcal{E}_{cA \rightarrow B} = \frac{1}{2} m \times v_B^2$

$$\text{Donc : } v_B = \sqrt{\frac{2 \times \Delta \mathcal{E}_{cA \rightarrow B}}{m}} \quad v_B = \sqrt{\frac{2 \times 5,96 \times 10^6 \text{ J}}{80,0 \text{ kg}}}$$

$$v_B = 386 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

3. La valeur réelle de la vitesse est inférieure à celle que l'on obtiendrait avec une chute libre. Les forces de frottement, non conservatives, ne sont donc pas négligeables. Ce sont elles qui freinent la chute.

29 Water Jump

Utilisation de la piste pour débutants

1. Dans la position initiale, notée A, l'énergie mécanique de la personne qui glisse est :

$$\mathcal{E}_{mA} = \frac{1}{2} m \times v_A^2 + m \times g \times z_A$$

Comme la vitesse en ce point est nulle, on en déduit :

$$\mathcal{E}_{mA} = m \times g \times z_A$$

2. On néglige les frottements et l'action de l'air, ainsi on peut considérer que l'énergie mécanique se conserve.

3. Comme l'énergie mécanique se conserve, on a : $\mathcal{E}_{mA} = \mathcal{E}_{mO}$

Cela conduit à : $\frac{1}{2} m \times v_A^2 + m \times g \times z_A = \frac{1}{2} m \times v_O^2 + m \times g \times z_O$

Comme $v_A = 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, on en déduit : $v_O = \sqrt{2 g \times (z_A - z_O)}$

$$\begin{aligned} v_O &= \sqrt{2 \times 9,81 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1} \times (3,20 \text{ m} - 0,90 \text{ m})} \\ v_O &= 6,7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \end{aligned}$$

On retrouve bien la valeur annoncée dans le texte.

Utilisation de la piste pour experts

4. La valeur de la vitesse en O' (sortie du tremplin) est deux fois plus importante que celle acquise avec la piste pour débutants, soit $v_{O'} = 13,4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

En considérant qu'il y a conservation de l'énergie mécanique, il vient : $\mathcal{E}_{mA'} = \mathcal{E}_{mO'}$

$$\text{donc : } \frac{1}{2} m \times v_{A'}^2 + m \times g \times z_{A'} = \frac{1}{2} m \times v_{O'}^2 + m \times g \times z_{O'}$$

$$\text{Comme } v_{A'} = 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}, \quad z_{A'} = \frac{1}{2g} v_{O'}^2 + z_{O'}$$

$$z_{A'} = \frac{1}{2 \times 9,81 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}} \times (13,4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1})^2 + 1,50 \text{ m}$$

$$z_{A'} = 10,7 \text{ m}$$

La hauteur H_2 au départ de la piste experts est 10,7 m.